

Estimación de la media

Ejercicios cuando se conoce la desviación estándar de la población

3. La administradora del puente Neuse River está preocupada acerca de la cantidad de automóviles que pasan sin pagar por las casetas de cobro automáticas del puente, y está considerando cambiar la manera de cobrar. Sabe que la desviación estándar de la población es 0.9, Muestreó al azar 75 horas para determinar la tasa de violación. El número promedio de violaciones por hora fue 7. Estime un intervalo que tenga el 95% de probabilidad de contener a la media verdadera.

$$\begin{aligned}n &: 75 \text{ horas} \\ \bar{X} &: 7 \\ \sigma &: 0.9\end{aligned}$$

$$\sigma = \frac{0.9}{\sqrt{75}} = 0.1039$$

Coefficiente de confianza 95% = $Z = 1.96$

$$7 \pm \underbrace{(1.96)(0.1039)}_{0.2036}$$

$$= 6.7964 \text{ a } 7.2036$$

4. Georgina Torres, administradora de los departamentos "Su casa en el Bosque", desea informar a los residentes potenciales cuánta energía eléctrica pueden esperar usar durante el mes de agosto. Selecciona 61 residentes aleatorios y descubre que su consumo promedio en agosto es 894 kilowatts hora (kwh). Georgina piensa que la varianza del consumo es alrededor de 131. ^{0.12}

a) Establezca una estimación de intervalo para el consumo promedio de energía eléctrica en el mes de agosto para que Georgina pueda tener una seguridad del 90% de que la media verdadera de la población está dentro de este intervalo.

b) Repita la parte a) para una certeza del 95%.

c) Si el precio por kilowatt es \$0.12, ¿dentro de qué intervalo puede Georgina estar 98% segura que caerá el costo promedio de agosto por consumo de electricidad? ^{multiplicar por 12 cada hora}

$$\bar{X} = 894 \text{ kwh}$$

$$\sigma = \frac{11.44}{\sqrt{61}} = 1.46$$

$$\sigma = 11.44$$

$$n = 61$$

a) Intervalo de confianza 90% = 1.65

$$894 \pm (1.65)(1.46)$$

$$= 891.591 \text{ a } 896.409$$

b) Intervalo de confianza 95% = 1.96

$$894 \pm (1.96)(1.46)$$

$$= 891.1384 \text{ a } 896.8616$$

c) a

$$a = 896.40 \times 0.12 = \$107.56 - 106.99$$

$$b = 896.86 \times 0.12 = \$107.62 - 106.93$$

5. La Junta Directiva de Escuelas Estatales del condado Pesimismo considera que su tarea más importante es mantener el tamaño promedio de los grupos de sus escuelas menor que el tamaño promedio de los grupos de Optimismo, el condado vecino. Diana Martínez, la superintendente de escuelas de Pesimismo, acaba de recibir información confiable que indica que el tamaño del grupo promedio en Optimismo este año es 30.3 estudiantes, sabe que históricamente el tamaño de grupo de las escuelas de Pesimismo tiene una desviación estándar de 8.3 estudiantes pero todavía no tiene los datos correspondientes de los 621 grupos de su propio sistema escolar, de modo que Diana se ve forzada a basar sus cálculos en los 76 grupos que han informado acerca de su tamaño de grupo, que producen un promedio de 29.8 estudiantes.

a) Encuentre un intervalo en el cual Diana Martínez pueda tener el 95% de certeza de que contendrá a la media real.

b) ¿Usted cree que la señora Diana ha conseguido su objetivo?

$$\bar{x}_p = 29.8$$

$$\text{Coeficiente de confianza } 95\% = 1.96$$

$$\sigma_p = 8.3$$

$$\frac{n}{N} = \frac{76}{621} = 0.1224$$

$$n = 76$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$$x_0 = 30.3$$

$$N = 621$$

$$= \frac{8.3}{\sqrt{76}} \cdot \sqrt{\frac{621-76}{621-1}}$$

$$= 0.89$$

$$A = \bar{x} \pm Z \sigma_{\bar{x}}$$

$$= 29.8 \pm (1.96)(0.89)$$

$$= 28.06 \text{ a } 30.69$$

No se conoce la desviación estándar de la población, pero la muestra es grande.

7. Juan Jiménez, un pasante de posgrado muy dedicado, acaba de terminar una primera versión de su tesis de 700 páginas. Juan mecanografió el trabajo por sí mismo y está interesado en conocer el número promedio de errores tipográficos por página, pero no quiere leer todo el documento. Como sabe algo acerca de estadística para la administración, Juan leyó 40 páginas seleccionadas de manera aleatoria y encontró que el promedio de errores tipográficos por página fue 4.3 y la desviación estándar fue 1.2 errores por página.

a) Calcule el error estándar estimado de la media.

b) Calcule un intervalo de confianza del 90% para el número promedio verdadero de errores por página en su trabajo.

$$n = 40$$

$$s = 1.2$$

$$N = 700$$

$$\bar{x} = 4.3$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{1.2}{\sqrt{40}} = 0.1897$$

Intervalo de confianza 90% = 1.65

$$4.3 \pm \underbrace{(1.65)(0.18)}_{0.297}$$

$$= 4.003 \text{ a } 4.597$$

9. Joel Fernández es un corredor de la Bolsa de Valores y tiene curiosidad acerca del tiempo que transcurre entre la colocación de una orden de venta y su ejecución. Joel hizo un muestreo de 45 órdenes y encontró que el tiempo medio para la ejecución fue 24.3 minutos, con una desviación estándar de 3.2 minutos. Ayude a Joel con la construcción de un intervalo de confianza del 95% para el tiempo medio para la ejecución de una orden.

$$\bar{x} = 24.3$$

$$s = 3.2$$

$$n = 45$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{3.2}{\sqrt{45}} = 0.4770$$

Intervalo de confianza 95% = 1.96

$$24.3 \pm \underbrace{(1.96)(0.4770)}_{0.9349}$$

$$= 23.3651 \text{ a } 25.2349$$

11. La jefa de policía, Catalina Álvarez, recientemente estableció medidas energéticas para combatir a los traficantes de droga de su ciudad. Desde que se pusieron en funcionamiento dichas medidas, han sido capturados 750 de los 12,368 traficantes de droga de la ciudad. El valor promedio, en dólares, de las drogas decomisadas a estos 750 traficantes es \$250,000 con una desviación estándar de \$41,000. Elabore para la jefa Álvarez un intervalo de confianza del 90% para el valor medio en dólares de las drogas que están en manos de los traficantes de la ciudad.

$$\bar{x} = \$250,000$$

$$\sigma = \frac{41000}{\sqrt{750}} = 1497.10$$

$$\sigma = \$41,000$$

$$n = 750$$

$$\text{Intervalo de confianza } 90\% = z = 1.65$$

$$= 250,000 \pm \underbrace{(1.65)(1497.10)}_{2470.22}$$

$$= 247,529.78 \text{ a } 252,470.22$$

Ejercicios cuando se conoce la desviación estándar de la población, pero la muestra es pequeña

13. Se obtuvo una muestra aleatoria de 12 cajeros de banco y se determinó que cometían un promedio de 3.6 errores por día con una desviación estándar de 0.42 errores. Construya un intervalo del 90% de confianza para la media de la población de errores por día.

$$\bar{x} = 3.6$$

$$s_x = \frac{0.42}{\sqrt{12}} = 0.1212$$

$$s = 0.42$$

$$df = 12 - 1 = 11$$

$$n = 12$$

$$\text{Intervalo de confianza } 90\% = t = 1.796$$

$$3.6 \pm \underbrace{(1.796)(0.1212)}$$

$$= 0.2177$$

$$3.3823 \text{ a } 3.81$$